

305

गणितस्य
इतिशी-



श्रीः

रेखागणितस्य कादश-द्वादशाध्यायौ

यं श्रीहिमतरामात्मज मीठालाल ओझा शास्त्रिणा
संपादितौ सोपपत्तिकं व्याख्यातौ च]

संशोधकः

श्रीयुत पं० क्षेमेन्द्रकुमार जोशी
ज्योतिषाचार्यः (सिद्धान्त, फलित)

ज्योतिषविभागाध्यक्षः

विश्वनाथ गुरुकुल संस्कृतमहाविद्यालयः,

कर्णघण्टा, वाराणसी.

प्रकाशक :

मास्टर खेलाडालाल संक्रयाप्रसाद

संस्कृत पुस्तकालय

पो. वा. नं० ६७, कचौड़ीगली,

वाराणसी

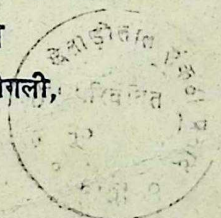
ॐ

१९७० ई०

[मूल्यम्]

516.02

QJH



सूजा नेह... ३.१... ..

५ ५ ५ ५ ५ ५

१ ५ ५ ५ ५ ५

१ ५

५७६.०२
०५५



९९५६६

ॐ श्री १८५

ॐ श्रीः ॐ

किञ्चिन्निवेदनीयम्

अये चिरपरिश्रान्ता ज्योतिःकान्तारचारिणः ।
समागच्छत वस्तुमि करोमि गोलधारया ॥

अयि ज्योतिःशास्त्रविचारसिका विद्वांसः ! जानन्त्येव भवन्तो
यत्प्राक्काले ज्योतिःशास्त्रस्य सिद्धान्तग्रन्थानां सूर्यसिद्धान्त-सिद्धान्त-
शिरोमणिप्रभृतीनां सम्यगध्ययनाय तदुपकरणभूतानां क्षेत्रमिति (१-४,
५, ६, ११, १२ अध्यायात्मिका) सरलत्रिकोणमिति-गोलीयरेखागणित-
चापीयत्रिकोणमितिप्रमुखानां पुस्तकानामभाव एव आसीत् । एनं
लक्ष्यीकृत्य म० म० पं० श्रीबापूदेवशास्त्रिभिः प्रथमं क्षेत्रमितेर् रचना
प्रारब्धा । क्षेत्रमितेः प्रथमाध्यायरचनानन्तरं तैर्ज्ञातं यत् क्षेत्रमिते-
र्विस्तृता रचना जगन्नाथसम्प्राट्कृता वर्तते । तदा तत्कार्यं तत्रैव परि-
समाप्य सरलत्रिकोणमित्यादीनां सङ्कलनमकुर्वन् ।

एवञ्च तदनुयायिना पं० नोलाम्बरभामहोदयेन गोलीयरेखागणित-
चापीयत्रिकोणमित्यात्मको गोलप्रकाशो व्यरचि । पुनश्च सिद्धान्तज्ञानोप-
योगिनी इयं गणितशाखा म० म० पं० सुधाकरद्विवेदमहोदयैः प्रतिभा-
बोधक-भाभ्रमरेखानिरूपण-दीर्घवृत्तादि-ग्रन्थानां ग्रथनद्वारा पल्लविता ।
तत्काले वर्तमानैः म० म० पं० दुर्गाप्रसादद्विवेदमहोदयैरपीयं गणित-
शाखा क्षेत्रमितिधारया परिषिक्ता विकसिता पुष्पिता च ।

यद्यपि जगन्नाथसम्प्राट् पञ्चदशाध्यायात्मकं रेखागणितं संस्कृत-
भाषायामरचयत् । यथापि तत् तथाभूतं क्रमनिबद्धमध्ययनाध्यापनयोग्यं
नासीत् । अतः म० म० पं० दुर्गाप्रसादद्विवेदमहोदयेन तत्सारभूतं क्रमनिबद्धं
षडध्यायात्मकं क्षेत्रमितिपुस्तकं म० म० पं० बापूदेवशास्त्र्यादि सम्मतं (सं०
१९५२) प्राकाशयत् । तदेवाद्यावधि सर्वत्र पाठशालासु अध्ययनाध्यापनयोः

समादृतमभूत् । परं दुर्दैववशादेतद्दुर्लभमभवत् । नैतावानेवायं प्रत्यूहः ।
 म० म० पं० सुधाकरद्विवेदकृतौ पण्डितशिरोमणिकृष्णदत्तभामहोदयेन
 सोपपत्तिकं व्याख्यातौ देवशर्वचन्द्रशेखरभामहाशयेन परिशोधितौ
 रेखागणितस्य एकादश-द्वादशाध्याय-वपीदानीं नोपलभ्येते । एवञ्च
 ज्यौतिषाचार्य-श्यामसुन्दरठक्कुरसङ्कलितावपि रेखागणितस्य ११-१२
 अध्यायावपि दृष्टिपथं नावतरतः ।

एतत् सर्वं समाकलय्य 'श्री मास्टर खेलाडीलाल संकटाप्रसाद'
 पुस्तकालयसञ्चालकेन संस्कृतानुरागिणा श्रीयुत् बाबू वैजनाथप्रसाद
 महोदयेन प्रेरितोऽहमस्य रेखागणितस्य सङ्कलने कृतपयत्नोऽभवम् ।
 अत्र मया तु केवलं—

कृता यद्यप्याद्यैः चतुररचना गोलगणना
 तथाप्यारब्धेयं तदुदितविशेषान् निगदितुम् ।

अत्र ग्रन्थे गोलसम्बन्धमनुसरन् अक्षरसंकेतैर्यथाऽनायासमवगमो
 भवेत् तथा प्रायते । आशासेऽनेनाध्येतृणामध्ययने सौकर्यं भवेदिति ।
 अस्य लघुपुस्तकस्यालेखनमुद्रणादिकार्ये मदन्तेवासिना ज्यौतिषाचार्य-
 मोहन-उपाध्याय-ढकालशर्मणा साहाय्यमाचरितम् । तेन एनमस्य
 प्रकाशकं श्रीयुत् बाबू वैजनाथप्रसादमहोदयपौत्रं बाबू संकटाप्रसादश्च
 आशिषा संयोजयामि ।

एवं यथामति परिष्कारेऽप्यत्र स्खलितानि संशोधयन्तु विवेकशालिनः
 सहृदया विद्वांस इति सविनयं प्रार्थयते ।

नागपञ्चम्यां भौमे
 २०२५
 वाराणसी

मीठालाल हिमतराम ओझा

श्रीः

अथ परिभाषा

१—अत्रापि सर्वत्र रेखाशब्देन सरलैव रेखाऽव-
गन्तव्या । एवञ्च लम्बकोणादीनां परिभाषाः प्रथमाध्याय-
वद् बोध्याः ।

२—यत्र दैर्घ्यविस्तारौ उपलभ्येते तद् धरातलम् ।

यथा—१ प्रथमप्रतिज्ञायां क्षितिजधरातलम् ।

३—^१कस्मिंश्चिद्धरातले सा रेखा लम्बरूपा भवति
या तद्धरातलीयप्रत्येकरेखासु लम्बरूपा भवेत् ।

यथा—ऊर्ध्वाधरसूत्रं क्षितिजधरातले तदैव लम्बो यदा क्षितिज-
धरातलगतेषु पूर्वापर-समसूत्रकोणसूत्रेषु लम्बो भवेत् । द्रष्टव्यं ४ क्षेत्रम् ।

४—^२एकधरातलं द्वितीयधरातलोपरि लम्बरूपं
तदैव यदा तयोर्योगरेखोपरि तदेकधरातलगता लम्ब-
रेखा द्वितीयधरातले लम्बरूपा भवेत् ।

यथा—पूर्वापरधरातलं क्षितिजधरातले तदैव लम्बरूपं यदा एतयो-
र्योगरेखारूपपूर्वापरसूत्रे लम्बरूपं पूर्वापरधरातलगतमूर्ध्वाधरसूत्रं क्षिति-
जधरातले लम्बः स्यात् । द्रष्टव्यं १८ क्षेत्रम् ।

१ अत्र विशेषोक्तपद्यम्— रेखाधरातले लग्ना यत्र तत्र गतासु सा ।
चेद्धरातलरेखासु लम्बो लम्बोऽस्ति भूतले ॥

२ अत्र विशेषोक्तपद्यम्—

आद्यस्थविन्दोरिह लम्बको यस्तद्योगरेखोपरि तस्य मूलात् ।

अन्यस्थरेखासु स एव लम्बो लम्बस्तदाऽन्योपरि चाद्यमस्ति ॥

५—'धरातलद्वययोगरेखोपरि तद्रेखास्थ बिन्दुतस्त-
द्धरातलस्थ-लम्बरेखाभ्यामुत्पन्नो यो न्यूनकोणः स
धरातलोत्पन्नकोण इत्युच्यते ।

यथा—पूर्वापरनाडीवृत्तधरातलयोयोगरेखारूपे पूर्वापरसूत्रे भूकेन्द्रा-
क्षम्बरूपे ये ऊर्ध्वाधरनिरक्षोर्ध्वाधरसूत्रे तदुत्पन्नन्यूनकोणो योऽक्षांश-
तुल्योऽस्ति स एव पूर्वापरनाडीवृत्तधरातलाभ्यामुत्पन्नकोणोऽस्ति ।

६—ये^२ धरातल उभयतोवर्धिते मिथो न मिलतस्ते
समानान्तरे भवेताम् ।

यथा—नाडीवृत्तमेषान्ताहोरात्रवृत्तधरातले समानान्तरे वर्तते
यतस्ते उभयतो वर्धिते परस्परं कुत्रापि न मिलतः । द्रष्टव्यं १४ क्षेत्रम् ।

७—य एकबिन्दुमिलितैस्त्वादिकैर्भिन्नभूतलकोणै-
रुत्पद्यते स घनकोण इत्युच्यते ।

यथा—नतांशलम्बांश-द्युन्याचापांशेति चापाधारेषु दृग्वृत्त-याम्योत्तर-
ध्रुवप्रोतधरातलगतैस्त्रिभुजैर्गोलकेन्द्रे यः कोणो जायते स घनकोण
इत्युच्यते । द्रष्टव्यं २१ क्षेत्रम् ।

इति परिभाषाः ।

१ अत्र विशेषोक्तपद्यम्—

योगरेखास्थ बिन्दोर्यो लम्बो भूतलयोः क्रमात् ।

ताभ्यां यो न्यूनकोणः स्याद् भूतलोत्थः स कोणकः ॥

२ अत्र विशेषोक्तपद्यम्—

रेखाधरातले स्यातां मिथस्तुन्यान्तरे च ते ।

वर्धिते उभयत्रापि तद्योगो न कदाचन ॥

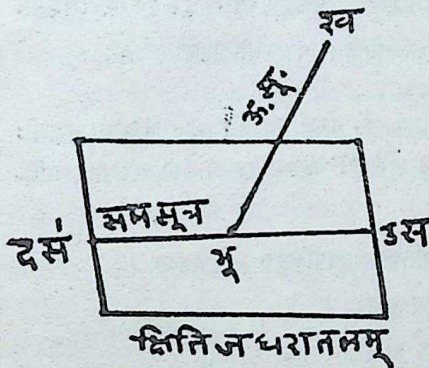
अथैकादशाध्यायः

स्मारं स्मारं काश्चिदध्यात्मतत्त्वां
 वारं वारं सर्वधीसाक्षिभूताम् ।
 कुर्वे स्पष्टां क्षेत्रमित्याः सगोला-
 मीशाध्याये भूतलोत्थां क्रियां हि ॥१॥

प्रथमा प्रतिज्ञा

एकरेखाया एकरखण्डमेकस्मिन् धरातले तदा द्विती-
 यमपि तत्रैव भवेदिति ।

(क्षेत्रम् १)



यथा—समसूत्रस्य
 एकरखण्डं क्षितिजधरातले
 तदा द्वितीयखण्डमन्य-
 स्मिन् धरातले न भवेत् ।

उपपत्तिः—यदि उद
 समसूत्रस्य भूद खण्डं
 क्षितिजधरातले, भूरव

१—विशेषोक्ता प्रथमा प्रतिज्ञा ।

एकस्या एव रेखाया एकरखण्डं धरातले ।

एकस्मिन् अन्य खण्डं हि न भवेदन्यभूतले ॥

द्वितीयखण्डं च पूर्वापरवृत्तधरातले वर्तत इत्युच्यते । तर्हि भूद रेखा
यत्र तिष्ठति तत्रैव धरातले उ चिह्नावधि वर्धनीया (१. अ० ८) ।
एवम् दभूख, दभूउ द्वे रेखे जाते; ययोर्भूकेन्द्रादक्षिणगतः समसूत्रस्य
भूद भाग एक एव; भूख ऊर्ध्वाधरसूत्रभागः, भूउ भूकेन्द्रादुत्तरगतश्च
समसूत्रभागः पृथक् पृथगासाते । तदिदं बाधितम् (१।११ अनु) ।
अतः समसूत्रस्य भूउ खण्डमिति क्षितिजधरातले स्यात्^१ ।

द्वितीय प्रतिज्ञा

यद्रेखा द्वयं वा त्रयं मियः सम्पातं करोति तदेक-
धरातले भवेत्^२ ।

यथा—पूर्वापर-समसूत्रयोर्योगो भूकेन्द्रे तदा ते एकधरातलगते
भवेताम् । तथा पूर्वापरसमसूत्र-नवत्यंशपूर्णज्याः पू, भू, द चिह्नत्रये
सम्पातं कुर्वते; तदा ता एकक्षितिजधरातलगता भवेयुः ।

१—रेखा सरला, धरातलमपि सरलं भवति । अतो रेखाधरातलयोः
सर्वतो भावेन मेलनं युक्तियुक्तिमेव । तस्मादिय प्रतिज्ञा परिभाषा भवि-
तुमर्हतीति विदुषामभिमतम् ।

सर्वासां विशेषोक्तप्रतिज्ञानामुपपत्तिरत्र मूले द्रष्टव्या ।

२—विशेषोक्ता द्वितीया प्रतिज्ञा ।

द्वे रेखिके वा त्रिमिताश्च रेखिकाः

स्तो वाऽथवा सन्ति सदैकभूतले ।

मिथः प्रलग्ने यदि वा प्रजग्नाः

स्यातां च ते ता अथवा भवेयुः ॥२॥

(क्षेत्रं २)

पू नवत्यंश पूज्या दस



उस क्षितिजधरातल पू

उपपत्तिः—पूर्वापरसूत्रसंलग्नं उक्षरसमस्थानगतञ्च पूउप धरातलं कार्यं तदा उभू चिह्नद्वयस्य तद्धरातलगतत्वात् उभू समसूत्रोत्तरखण्डं तद्धरातले जातम् । तस्माद् उद समसूत्रं तस्मिन्नेव क्षितिजधरातले तिष्ठति (११।१) । परं तत्रैव पूप पूर्वापरसूत्रमप्यस्ति । तेन पूर्वापर-समसूत्रयोरेकक्षितिजधरातलवर्तित्वमुपपद्यते ।

पुनः द पू चिह्नद्वयस्य क्षितिजधरातलगतत्वात् द पू नवत्यंश-पूर्णज्याऽपि क्षितिजधरातलगतैव । पूर्वापर-समसूत्रयोः क्षितिजधरातल-तिष्ठता पूर्वसिद्धैव । अतः पूर्वापर-समसूत्र-नवत्यंशपूर्णज्येति तिष्ठो रेखा अप्येकक्षितिजधरातलगताः सिद्धाः ।

तृतीया प्रतिज्ञा

धरातलद्वययोग एका रेखा जायते^१ ।

१—विशेषोक्ता तृतीया प्रतिज्ञा ।

भूतलयोर्योगो यो भवति सदैवात्र रेखिका सरला ।

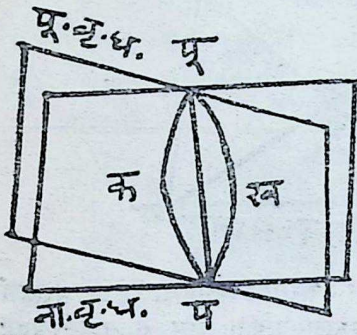
भूतलयोरुभयोरपि तिष्ठति नियतेन सा विद्वन् ॥

८

रेखागणितस्य-

यथा—पूर्वापर-नाडीवृत्तधरातलयोर्योगे पूर्वापरसूत्रमेकमेव योग-
रेखा जायते ।

(क्षेत्रं ३)



उपपत्तिः—यद्येवं न तदा
पूर्वापरवृत्तधरातले पू बिन्दुतः
प बिन्दुपर्यन्तं रेखोत्पादेन पूकप
रेखा भविष्यति । तथा नाडी-
वृत्तधरातलेऽपि पूप बिन्दुन्तर्गता
पूखप रेखा भविष्यति । परं
ताभ्यां क्षेत्रमुत्पद्यते तद्विरुद्धम्
(१ स्व० १०) । तेन पूप
पूर्वपश्चिमस्वस्तिकगतं सर्वेषु

धरातलयोगचिह्नेषु संलग्नं तद्योगसूत्रं सरलरूपं पूर्वापरसूत्राख्यं नाडी-
पूर्वापरधरातलद्वयगतमेकमेव जातम् ।

✓ चतुर्थी प्रतिज्ञा

या रेखा कयोश्चिद्रेखयोः संपातबिन्दौ तयोरुपरि
लम्बो भवति । सा तद्रेखाद्वयस्य धरातलेऽपि लम्ब एव
भवेत्^१ ।

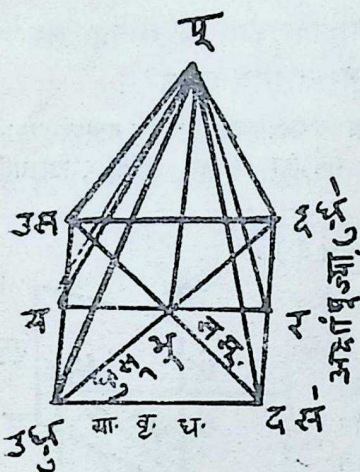
यथा—ध्रुवसूत्र-समसूत्रयोः संपातबिन्दौ भूकेन्द्रे तयोरुपरि पूर्वापर-
सूत्रं लम्बो भवति । तदा पूर्वापरसूत्रं ध्रुवसूत्र-समसूत्रगते याम्योत्तरवृत्त-
धरातलेऽपि लम्ब एव स्थात् ।

१—विशेषोक्ता चतुर्थी प्रतिज्ञा ।

रेखयोर्योगबिन्दोर्यो भवेत्लम्बो भवत्यपि ।

तस्मिन् धरातले लम्बो यत्र रेखे हि तिष्ठतः ॥

(क्षेत्रं ४)



उपपत्तिः—सध्रु, संध्रु,
अक्षांशपूर्णज्यो । भूकेन्द्रात्
तदर्धगामिनी यर रेखा
पूर्णज्ययोरुपरि लम्बरूपा
(३।३) । अतः $\triangle$ भूयस $\triangle$
भूस^१ जात्यत्रिभुजयोः, भूस,
भूस^१ त्रिज्यारूपकर्णयोः सय,
^१सर अक्षांशपूर्णज्यार्धरूपभुज-
योश्च समत्वात् भूय, भूर
कोट्योः साम्यम् (१।४७) ।

सपध्रु त्रिभुजे पूस, पध्रु
नवत्यंशपूर्णज्यारूपभुजौ समौ,
अतः $< \text{पूसध्रु} = < \text{पध्रुस}$ (१।५) पुनः $\triangle$ पध्रुय $\triangle$ पूसय त्रिभुजयोः
पध्रु, ध्रुय भुजौ पूस, सय भुजाभ्यां तुल्यौ, $< \text{पध्रुय}, < \text{पूसय}$ कोणौ
तुल्यौ तस्मात् त्रिभुजद्वयं समं जातम् (१।४) ।

अतः $< \text{पूयध्रु} = < \text{पूयस} = ६०$ (१ प. १०) एवमेव $< \text{पूरस}^1 =$
 $< \text{पूरध्रु}^1 = ६०$ । तस्मात् $\triangle$ पूयस $\triangle$ पूरस^१ जात्यत्रिभुजयोः पूस,
पूस^१ नवत्यंशपूर्णज्यारूपयोः; सय, ^१सर अक्षांशपूर्णज्यार्धरूपभुजयोश्च
समत्वात् पूय, पूर कोटी समे सिद्धे (१।४७) । ततः $\triangle$ पूभूय, $\triangle$ पूभूर
त्रिभुजयोः पूभू कोटिरुभयनिष्ठा, भूय, भूर भुजयोस्तथा पूय, पूर कर्ण-
योस्तुल्यता पूर्वसिद्धैव । अतः $< \text{पूभूय} = < \text{पूभूर}$ (१।८) ।

एवमिह पूभू रेखा यररेखोपरि लम्बरूपा जायते (१ प. १०) ।
एवमेव पूभू पूर्वापरसूत्रखण्डं यास्योत्तरधरातले लम्बरूपमेव (११ प. ३)

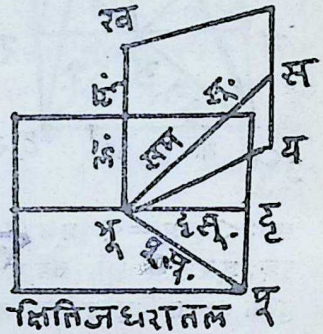
पञ्चमी प्रतिज्ञा

यदि रेखात्रयस्य संपातबिन्दुगता रेखा तत्र लम्बो भवति तदा तद्रेखात्रयमेकधरातलगतं स्यात् ।

यथा—पूर्वापरसमदृक्सूत्राणां संपातबिन्दौ भूकेन्द्रे खमध्यगतसूत्रं त्रयाणां सूत्राणामुपरि लम्बरूपं भवेत्तदा सूत्रत्रयं क्षितिजधरातलगतं भविष्यति ।

(क्षेत्रं ५)

उपपत्तिः—यदि पूर्वापरसम-दृक्सूत्राणि एकधरातलगतानि न स्युस्तर्हि कल्प्यतां भूभू पूर्वापरसूत्रं भूदृ दृक्सूत्रं च क्षितिजधरातले । समसूत्र मुध्वाधरसूत्रं च अन्यधरातले ययोः भूय योगरेखा भवति ।



पूर्वापरदृक्सूत्रयोः संपात उध्वा-धरसूत्रं लम्बस्तस्मात्तदगते क्षितिज-धरातलेऽपि लम्बः (११।४) । पुनः भूय योगरेखा तत्रैव क्षितिजधरा-तलेऽस्ति । अतः भूय भूख रेखायोगेन खभूय समकोणो जायते । परं खभूय कोणोऽपि समाख्य एव । तस्मादनयोः साम्यं भवति । तदिदं

१ — विशेषोक्ता पञ्चमी प्रतिज्ञा ।

तिखा रेखाः सन्ति चेत् तद्युतिः स्या-

द्विन्दावेकस्मिन् हि बिन्दौ गतैका ।

रेखा लम्बश्चेद्भवेदत्र तासु

ह्येकस्मिन् स्युर्भूतले तर्हि तिखाः ॥

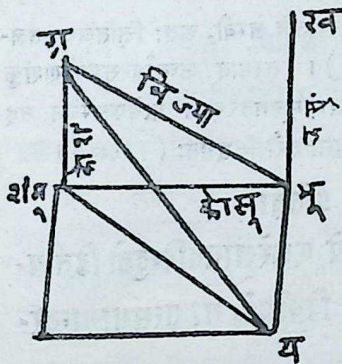
बाधितम् । खभूय कोणस्य खभूय कोणखण्डरूपत्वात् (स्व. ६) ।
अत एव पूर्वापरद्वयसमसूत्राणि एकस्मिन् क्षितिजधरातले वर्तन्ते ।

✓ षष्ठी प्रतिज्ञा

यदि द्वे रेखे एकस्मिन् धरातले लम्बरूपे भवतस्तदा
ते मिथः समानान्तरे भवेताम् ।

यथा—कोणशंकु-उर्ध्वाधरसूत्रे क्षितिजधरातले लम्बरूपे तदा ते
परस्परं समानान्तरे भवेताम् ।

(क्षेत्रम् ६)



उपपत्तिः—भूकेन्द्रात्कोण-
सूत्रोपरि भूय लम्बः भूय कोण-
शंकुसमानः कार्यः ।

भूय त्रिज्यारेखा ग्रय भूय
रेखा विधेयाः । $\triangle$ ग्रभूय $\triangle$
ग्रभूय त्रिभुजयोः भूय भूय भुजौ
भुजौ तुल्यौ भू भू कोणसूत्र-
मुभयानष्टम्, ग्रभूय, यभूय कोणी
समकोणत्वेन समानौ । अतः
ग्रभू, ग्रय भुजौ त्रिज्यामितौ

तुल्यौ जातौ (१।४) ।

पुनः $\triangle$ ग्रभूय $\triangle$ ग्रभूय त्रिभुजयोः ग्रभू, भूय भुजौ तथा ग्रय, ग्रभू-
भुजौ पूर्वं तुल्यौ साधितौ, ग्रय भुज उभयनिष्ठः तस्मात् $< \text{ग्रभूय} < \text{ग्रभूय}$

१—विशेषोक्ता षष्ठी प्रतिज्ञा ।

भवतो लम्बरूपे ये कस्मिंश्चिदपि भूतले ।

रेखे समान्तरे विद्वन् ! भवतः सर्वदेव ते ॥

कौणौ तुल्यौ जातौ (१।८) । परन्तु < ग्रभूय, < ग्रभू, < खभू, < मूभूय कोणाः समाख्याः (११ प ३) कोणशङ्कु-ऊर्ध्वाधरसूत्रयोः क्षितिजधरातले लम्बरूपत्वात् । अतः < मूभूय कोणोपि समाख्य एव ।

एवमिह मूभू, ग्रभू, खभू रेखाणां भू योगबिन्दुगता भूय रेखा तासु लम्ब इति ता एकधरातलगताः (११।५) । पुनः मूभू, ग्रभू रेखे यत्र धरातले तत्रैव ग्रभू रेखाऽपि वर्तते (११।२) ; तस्मात् ग्रभू, मूभू, ग्रभू, खभू रेखाप्येकधरातलगताः सिद्धाः । आसामेकधरातलगतत्वे ग्रभू, खभू रेखे मूभू रेखायोगेन समकोणमुत्पादयतः, तेन ग्रभू, खभू, रेखे कोणशङ्कु ऊर्ध्वाधरसूत्राख्ये समानान्तरे सिद्धयतः ।

अथवा

ऊर्ध्वाधरसूत्रकोणशङ्कु क्षितिजधरातले लम्बौ, अतः क्षितिजधरातलगतरेखासु अपि लम्बौ (११।४) । तस्मात् ऊर्ध्वाधरसूत्रकोणशङ्कु मूलगतरेखायां तौ लम्बौ जातौ । लम्बमूलगतरेखया प्रत्येकलम्बेन सह समकोणो जायते । अतो लम्बौ समानान्तरौ सिद्धयतः (१।२८) ।

सप्तमी प्रतिज्ञा

समानान्तररेखाद्वयमध्ये एकरेखागतबिन्दुतो द्वितीय-रेखागतबिन्दुपर्यन्तं या रेखा विधीयते, सा तत्समानान्तर-रेखाद्वयधरातले स्यात्^१ ।

यथा—पूर्वापर-स्वोदयास्तसूत्रे समान्तरे स्तः, ययो भूकेन्द्र-इष्टदृति-

१—विशेषोक्ता सप्तमी प्रतिज्ञा ।

पृथक् पृथक् चेत् परिकल्प्य बिन्दुं

कयोः समानान्तररेखयोर्हि ।

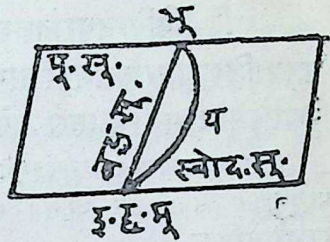
कार्याऽथ तद्विन्दुगता च रेखा

भवन्ति तिस्रस्तु सदैकभूतले ॥

मूलेति इष्टविन्दुभ्यां विधीयमाना रेखा पूर्वापर-स्वोदयात्सूत्रयोर्धरातले क्षितिजाख्ये भविष्यति ।

(क्षेत्रम् ७)

उपपत्तिः—यदि भूकेन्द्र-इष्टहृतिमूलबद्धरेखा पूर्वापर-स्वोदयात् सूत्रयोर्धरातले क्षितिजाख्ये न वर्तत इत्युच्येत, तर्हि कल्प्यतां भूयद् रेखा तथैवास्ति । एवं भूद्, भूयद् रेखाभ्यां क्षेत्रमुत्पद्यते, तद्-बाधितम् (१ स्व १०) । अतः भूकेन्द्र-इष्टहृतिमूलबद्धरेखा क्षितिजधरातल एव स्यात् ।



अष्टमी प्रतिज्ञा

समानान्तररेखाद्वयमध्ये एका रेखा यत्र धरातले लम्बो भवति द्वितीयापि तत्रैव लम्बः स्यात् ।

यथा—ऊर्ध्वाधरसूत्र-कोणशंकु समानान्तरे स्तः; अनयोः ग्रमू कोण-शंकुः क्षितिजधरातले लम्बरूपः; तदा ऊर्ध्वाधरसूत्रमपि क्षितिजधरातले एव लम्बः स्यात् । अत्र ६ क्षेत्रं द्रष्टव्यम् ।

उपपत्तिः—ग्रमू कोणशङ्कोः क्षितिजधरातले लम्बरूपत्वात् भूमू कोणसूत्रेऽपि लम्बः । तस्मादूर्ध्वाधर सूत्रमपि कोणसूत्रे लम्बः (१।२८) । ततः षष्ठी प्रतिशोषपादितयुक्त्या खभू कोणशंकुः भूय रेखायामपि लम्बः ।

१—विशेषोक्ता अष्टमी प्रतिज्ञा ।

समान्तरे रेखिके स्तो ययोरेकैकभूतले ।

लम्बो लम्बस्तदाऽन्यापि भवेत्तस्मिन् धरातले ॥

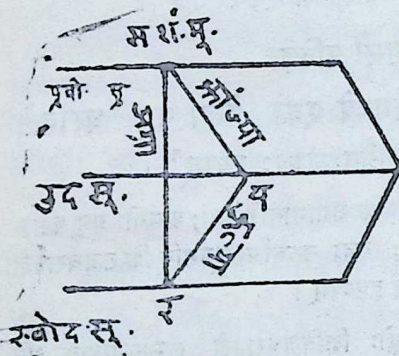
तस्मात् क्षितिजधरातलगत मूभूकोणसूत्र-भूय सूत्रसंपाते खभू ऊर्ध्वाधर-
सूत्रस्य लम्बत्वात् क्षितिजधरातलेऽपि तस्य खभू ऊर्ध्वाधरसूत्रस्य लम्ब-
त्वमतिरोहितम् (११४) ।

नवमी प्रतिज्ञा

यदि विभिन्वधरातलस्थरेखाणां मध्ये प्रत्येकरेखा
कस्याश्चिदन्यधरातलगतरेखायाः समानान्तरास्तदा ता
रेखा मिथः समानान्तरा भवेयुः^१ ।

यथा—उदयास्त-स्वोदयास्तसूत्रे उन्मण्डलक्षितिजधरातलगते पूर्वा-
परसूत्रेणैकेन समानान्तरे वर्तते । तदा उदयास्त-स्वोदयास्तसूत्रे समा-
नान्तरे भवेताम् ।

(क्षेत्रम् ६)



उपपत्तिः—कुज्या
क्रांतिज्ये उदयास्तसूत्रोपरि
लम्बरूपे, अतः क्रांज्या
कुज्या अग्रेति भुजोत्पन्न-
धरातले उदयास्तसूत्रं लम्बः
(११४) तस्मात्पूर्वापर-
सूत्रमपि तत्र सयर त्रिभुज-
धरातले लम्बः (११५)
पूर्वापरसूत्रस्य तत्र लम्बत्वात्

१—विशेषोक्ता नवमी प्रतिज्ञा ।

भिन्ने भिन्ने भूतले सन्त्यनेका
रेखाः सर्वाः सन्ति तुल्यान्तरा वै ।
या स्यादन्या रेखिका चेत्तयैव
सर्वा रेखास्तर्हि तुल्यान्तराः स्युः ।

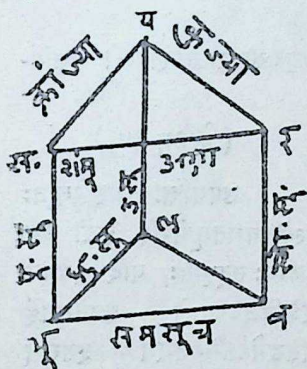
स्वोदयास्तसूत्रमपि तत्र सयर त्रिभुजधरातले लम्बः। एवम्
उदयास्त-स्वोदयास्तसूत्रे सयर त्रिभुजधरातले लम्बरूपे जाते। अतस्त्वे
परस्परं समानान्तरे सिद्धे (११।६)।

दशमी प्रतिज्ञा

यदि प्रथम धरातलगत रेखे द्वितीयधरातलगत रेखयोः समानान्तरे भवेतां तदा प्रथमधरातलरेखोत्पन्न-
कोणो द्वितीयधरातलरेखोत्पन्नकोणेन तुल्यो भवेत् ।'

यथा—अद्वन्द्वधरातलगते क्रान्तिज्याअग्रासूत्रे याम्योत्तरधरा-
तलस्थध्रुवसमसूत्रयोः समानान्तरे तदा क्रान्तिज्याग्राभ्यामुत्पन्नकोणः
ध्रुवसमसूत्रोत्पन्नकोणेन समानो भवेत् ।

(क्षेत्रम् १०)



उपपत्तिः - ध्रुव समसूत्राभ्यां
क्रान्तिज्याग्रासमे भूल, भूव खण्डे
विधेये । ततस्तत्खण्डयोरप्रयोर्वद्वा
वल कल्पितकुज्या रेखा कार्या ।
क्रान्तिज्या ध्रुवसूत्रखण्डे समे समा-
नान्तरे चासाते इति तत्प्रान्तलग्ने
सभू, यल पूर्वापर उदयास्तसूत्रखण्डे
समे समानान्तरे च जाते (१।३३) ।

एवमेव सभू, वर पूर्वापर स्वोदयास्तसूत्रखण्डे मिथः समे समानान्तरे

१—विशेषोक्ता दशमी प्रतिशा ।

द्वयोर्भूतलयो द्वे द्वे रेखे तुल्यान्तरे मिथः ।

वर्तेते चेत्तदा ताभ्यां यौ कोणौ तौ मिथः समौ ॥

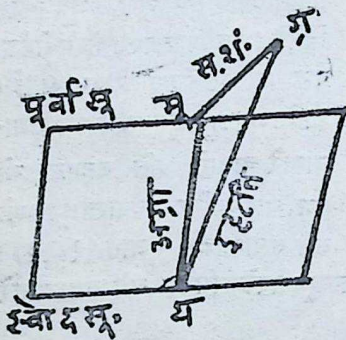
च सिद्ध्यतः । तस्मात् यल, वर उदयास्तस्वोदयास्तसूत्रखण्डेऽपि परस्परं समे समानान्तरे च संजाते (११।६) । तथैतत् प्रान्तसक्ते यर, लव कुज्या कल्पितकुज्यारेखे समे समानान्तरे चोपपद्येते (११।३३) ।

पुनः क्रांज्या-अग्रा, कुज्येति $\triangle$ सयर त्रिभुजस्य त्रयो भुजाः क्रमेण ध्रुव-समसूत्रखण्डकल्पितकुज्येति $\triangle$ भूलव त्रिभुजस्य भुजैः परस्परं समानाः सन्ति । अतः क्रान्तिज्या अग्रोत्पन्नः $<$ यसर कोणो ध्रुव सम-सूत्रोत्पन्न $<$ लभूव कोणेन समानो जायते (१।८) अयञ्च कोणोऽक्षांश-समः ।

एकादशी प्रतिज्ञा

कस्मिंश्चिद्धरातले तद्बहिर्गतान्निर्दिष्ट बिन्दोर्लम्बः
कर्तव्यः^१ ।

यथा—क्षितिजोपरि पूर्वापराहोरात्रवृत्तसंपातगतग्रहबिन्दोः क्षिति-
जोपरि लम्बः कर्तव्योऽस्ति ।



(क्षेत्रम् ११)

उपपत्तिः—ग्रहबिन्दुतः
स्वोदयास्तसूत्रोपरि कृतो ग्रय
लम्बः तद्धृतिः, यदि इयमेव
क्षितिजधरातले लम्बस्तर्हि
सिद्धमेवाभिमतम् । इतरथा
तद्धृतिमूलात् य बिन्दोः यम्
अग्रा स्वोदयास्तसूत्रे लम्बरूपः

१—विशेषोक्ता एकादशी प्रतिज्ञा ।

बहिस्थाद्भूतलस्यास्ति बिन्दोर्लम्बोऽत्रभूतले ।
कर्तव्यो बुद्धिमन् ! बुद्ध्वा तदयुक्तिं वद सत्वरम् ॥

कार्या । ततस्तदुपरि ब्रविन्दुतः ग्रमू समशंकुर्लम्बो विधेयः । पूर्वापर-
स्वोदयास्तसूत्रे समानान्तर एव ।

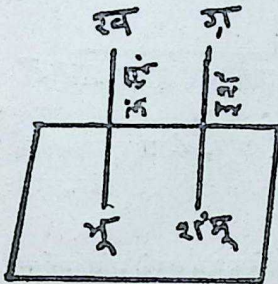
स्वोदयास्तसूत्रं य य मूय तद्धृति-अग्रासूत्रयोः य संपातगतं तयो-
परि तदीये मूय-धरातले च लम्बो भवति (११।४) । समानान्तरयोः
पूर्वापर-स्वोदयास्तसूत्रयोर्मध्ये स्वोदयास्तसूत्रं ग्रमूय धरातले लम्ब इति
पूर्वापरसूत्रमपि तद्धरातले लम्ब एव (११।८) । अतः ग्रमू समशंकुः
अग्रा-पूर्वापरसूत्रयोरुपरि लम्बस्तस्मात् क्षितिजधरातलेऽपि लम्बः
सिद्ध्यति (११ प. ३) ।

द्वादशी प्रतिज्ञा

धरातले तद्गतनिर्दिष्टबिन्दोर्लम्बः कर्तव्यः^१ ।

यथा—क्षितिजधरातले भूकेन्द्रात् लम्बः कर्तव्योऽस्ति ।

(क्षेत्रम् १२)



क्षितिजधरातलम्

सिद्धः (११।८) ।

उपपत्तिः—क्षितिजोपरिस्थ-ग्रह-

बिन्दुतस्तत्र इष्टशंकुरूपो लम्बः
कर्तव्यः (११।११) । ततः ग्रशं
इष्टशंकोः समानान्तरा भूकेन्द्रतः खभू
ऊर्ध्वाधरसूत्ररूपा रेखा कार्या । समा-
नान्तरयोः खभू, ग्रशं ऊर्ध्वाधर-
इष्टशङ्कुसूत्रयोर्मध्ये इष्टशङ्कुः क्षितिज-
धरातले लम्बः कृतः । अतः खभू
ऊर्ध्वाधरसूत्रपि तत्रैव अभ्योष्टलम्बः

१—विशेषोक्ता द्वादशी प्रतिज्ञा ।

नियमितबिन्दोः कुतलगतात् त्वम् ।

कुतल इहाशु च बुध । कुरु लम्बम् ॥

२

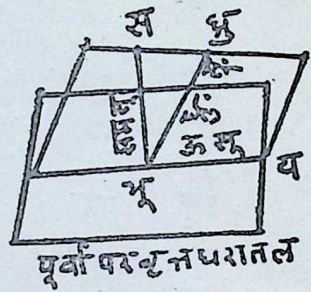
त्रयोदशी प्रतिज्ञा

कस्मिंश्चिद्धरातले तद्गतात् तद्वहिर्गताद्वा बिन्दोरेक
एव लम्बो भवेत् ।

यथा—पूर्वापरवृत्तधरातले भूकेन्द्रात् तद्वहिर्गताद्वा बिन्दोरेक एव
लम्बो भवेत् ।

(क्षेत्रम् १३)

उपपत्तिः—यदि भूकेन्द्रे पूर्वा-
परधरातलोपरि सम-ध्रुवसूत्र इति द्वे
रेखे लम्बावित्युच्येत तर्हि कल्प्यतां
तत्सूत्रद्वयलग्नं याम्योत्तरधरातलम्,
पूर्वापर-याम्योत्तरधरातलयोः ऊर्ध्वा-
धरसूत्रं योगरेखारूपं चेति । सम-
ध्रुवसूत्रे पूर्वापरधरातले लम्बौ स्तः ।
पुनश्च ते तद्घरातलगत्येन योगरेखा-
रूपेण ऊर्ध्वाधरसूत्रेण मिलतः । तस्मात् $<$ समूय, $>$ ध्रुभूय समकोणौ
(११ प. ३) तौ च मिथः समानौ तदसम्भवमेककोणस्यान्यकोणखण्ड-
रूपत्वात् ।



एवं पूर्वापरधरातले तद्वहिर्गताद् बिन्दोरेक एव लम्बो भवितुमर्हति ।
यत एकस्मिन् धरातले लम्बसूत्रं द्वयं समानान्तरं भवति (११।६) ।
अतस्तल्लम्बसूत्रद्वयमेकविन्दुतो निष्काशयितुं न शक्यते ।

१—विशेषोक्ता त्रयोदशी प्रतिज्ञा ।

धरातलस्थविन्दुतो बहिस्थविन्दुतोऽथवा ।

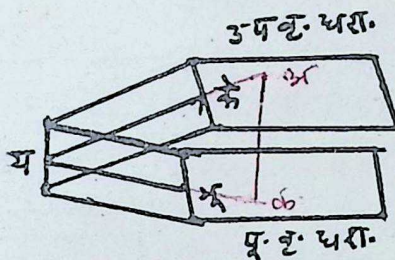
धरातले भवेत् सदेह लम्ब एक एव वै ॥

चतुर्दशी प्रतिज्ञा

यद्येका रेखा द्वयोर्धरातलयोर्लम्बरूपा चेत् तदा ते
मिथः समानान्तरे स्याताम् ।

यथा—पूर्वापर-उपवृत्तधरातलयोरुपरि समसूत्रं लम्बरूपं तदा पूर्वा-
पर-उपवृत्तधरातले समानान्तरे स्याताम् ।

(क्षेत्रम् १४)



उपपत्तिः—यदि एते धरातले समानान्तरे न स्तस्तदा एतयोर्धरा-
तलयोर्गोलपृष्ठादवहिः य विन्दौ योगस्तस्माद्भूकेन्द्र-उपवृत्तकेन्द्रावधि
यभू, यके रेखे कार्ये । एवं सति भूके समसूत्रस्य पूर्वापरवृत्तधरातले
लम्बत्वात् $\angle$ यभूके त्रिभुजान्तः $<$ यभूके कोणः समाख्यः (११ प. ३) ।
एवमेव $\angle$ यकेभू कोणोऽपि समाख्य एव ; तदसंभवम् (११७) ।
अतः पूर्वापर-उपवृत्तधरातले वर्धनेन न मिलेताम् ।

पञ्चदशी प्रतिज्ञा

यदि कस्मिंश्चिद्धरातले वर्तमाने एकविन्दुगतौ रेखे

१ — विशेषोक्ता चतुर्दशी प्रतिज्ञा ।

एकेव रेखिका लम्बश्चेद्धरातलयोर्द्वयोः ।

मिथस्तुल्यान्तरे स्यातां तदा ते द्वे धरातले ॥

भिन्नधरातलगताभ्यां तथाभूताभ्यां रेखाभ्यां समानान्तरे,
तदा ते धरातले अपि समानान्तरे भवेताम् ।

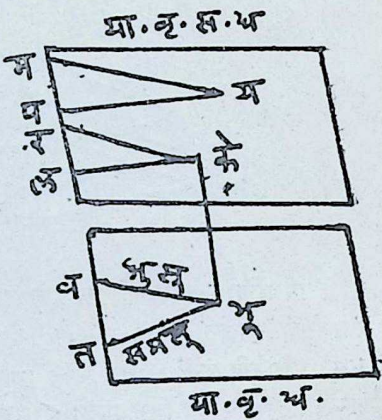
यथा—याम्योत्तरवृत्तधरातले भूकेन्द्रगते ध्रुवसमसूत्रे याम्योत्तर-
समानान्तरवृत्तधरातले य बिन्दुगताभ्यां यम, यप रेखाभ्यां समानान्तरे
तदा याम्योत्तरतत्समानान्तरधरातले अपि समानान्तरे भवेताम् ।

(क्षेत्रम् १५)

उपपत्तिः - याम्योत्तर-
समानान्तरधरातले भूकेन्द्रतः
भूके लम्बो विधेयः (११।११)
पुनः केल, केर समानान्तरे यप,
यम रेखे कार्ये ।

याम्योत्तरसमानान्तरधरा-
तले भूके लम्बरेखा केल, केर
रेखाभ्यां मिलति, तस्मात् <
भूकेल, < भूकेर कोणौ समाख्यौ
(११ प. ३) । पुनः भिन्न-
भिन्नधरातलगते केल. भूत-
सूत्रे तदन्यधरातलगतेन पय सूत्रेण समानान्तरे; तस्मात्ते परस्परमपि
समानान्तरे (११।६) ।

भूके सूत्रं केल, भूत सूत्रयोः समानान्तरयोरुपरि पततीति < केभूत
< भूकेल कोणयोर्योगः समकोणद्वयसमः (१।२६) । तत्र < भूकेल-



१—विशेषोक्ता पञ्चदशी प्रतिज्ञा ।

द्वयोर्भूतलयोर्द्वे द्वे रेखे तुल्यान्तरे मिथः ।
भवेतां चेत् तदा शेषे भूतले च समान्तरे ॥

कोणस्य समाख्यतया < केभूत कोणोऽपि समकोणः । एवमेव < केभूव कोणोऽपि समकोणः सिद्धयति ।

ध्रुवसमसूत्रयोः भू योगविन्दौ भूके रेखालम्बः, अतस्तद्गते याम्योत्तरवृत्तधरातलेऽपि लम्ब एव (११।४) । पुनः सैव भूके रेखा याम्योत्तरवृत्तसमानान्तरधरातले लम्बरूपा, तस्मात् याम्योत्तरवृत्त-तत्समानान्तरवरातले मिथः समानान्तरे जाते (११।१४) ।

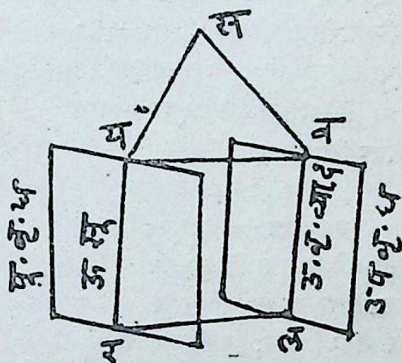
षोडशी प्रतिज्ञा

यदि द्वे समानान्तरधरातले केनचिद्धरातलेन छिन्ने स्यातां, तदा तयोर्योगरेखे समानान्तरे भवेताम् ।

(क्षेत्रम् १६)

यथा — पूर्वांश उप-
वृत्तधरातलधारपरि या-
म्योत्तरवृत्तधरातलसम्पा-
त्तेन यर, वल ऊर्ध्वाधर-
सूत्र - उपवृत्तव्यासदलेति
योगरेखे सजाते । तदा ते
समानान्तरे स्याताम् ।

उपपत्तिः—यदि यर,
वल योगरेखे समानान्तरे



१ — विशेषोक्ता षोडशी प्रतिज्ञा ।

समानान्तरे भूमितले भवेतां

छिन्ने यदाऽन्येन धरातलेन ।

तेषां भवेतां किल योगरेखे

ये ते तदाऽत्रापि समान्तरे स्तः ॥

न स्तः । तदा तयोर्वर्धनेन स गोलपृष्ठ-बहिर्विन्दौ योगः । घरातलगत-
रेखयोर्यत्र संयोगस्तत्र घरातलयोरपि संपातः । परमिदमसंभवम् (११
प. ६) घरातलयोः समानान्तरत्वात् । तेन यर, वल ऊर्ध्वाधरसूत्र-उपवृत्त-
व्यासदलेति योगरेखे अपि समानान्तरे ।

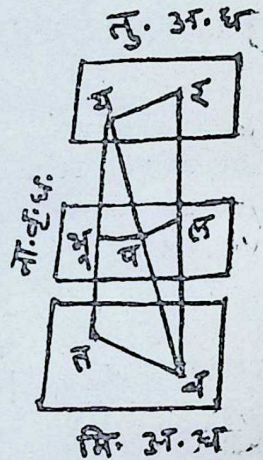
सप्तदशी प्रतिज्ञा

यदि तुन्यान्तरभूतलैर्द्वे रेखे च्छिद्येते, तदा तद्रेखा-
खण्डानि समाननिष्पत्तिकानि भवेयुः^१ ।

यथा—समानान्तरैस्तुलामिथुना-
न्ताहोरात्रनाडीवृत्तधरातलैः इष्टध्रुव-
सूत्रे च्छिद्येते तदा नाडीवृत्तधरातलेन
चिह्नत्रयोस्तुलामिथुनान्ताहोरात्रवृत्त-
धरातलमध्यस्थितयोः इष्टसूत्रखण्डयोः
या निष्पत्तिः सैव ध्रुवसूत्रखण्डयो-
र्निष्पत्तिः स्यात् ।

(क्षेत्रम् १७)

उपपत्तिः—यत ध्रुवसूत्रेण घरा-
तलत्रये य भू त बिन्दुषु संपातः । वर-
इष्टसूत्रेण घरातलत्रये र ल व बिन्दुषु
संयोगः । ततः यव रेखा कार्या सा
नाडीवृत्तधरातलं प बिन्दौ छिनत्ति ।



१ — विशेषोक्ता सप्तदशी प्रतिज्ञा ।

समानान्तरैर्भूमितलेस्त्रिभिश्चे-
च्छिन्ने भवेतां किलरेखिके द्वे ।
तच्छिन्नमध्यस्थितखण्डयोः स्या-
न्निष्पत्तिमानं सततं समानम् ॥

अथ यर, भूप, पल, तव रेखा कार्याः । समानान्तरे नाडीमिशुना-
न्ताहोरात्रवृत्तधरातले भूप वत धरातलेन छिन्ने, अतः भूप, तव रेखे
समानान्तरे (११।१६) । एवमेव यर, पल रेखेऽपि समानान्तरे
सिद्धयतः ।

पुनः $\triangle$ यतव त्रिभुजे तव समानान्तरा भूप रेखास्ति, तथा $\triangle$
वयर त्रिभुजे यर समानान्तरा पल रेखा वर्तते । तस्मात् $\frac{\text{भूत}}{\text{भूय}} = \frac{\text{वल}}{\text{पय}}$ तथैव

$\frac{\text{वप}}{\text{पय}} = \frac{\text{वल}}{\text{लर}}$ (६।२) । तेन $\frac{\text{भूत}}{\text{भूय}} = \frac{\text{वल}}{\text{लर}}$ (६ अ. परि) । इदमेवाभीष्टम् ।

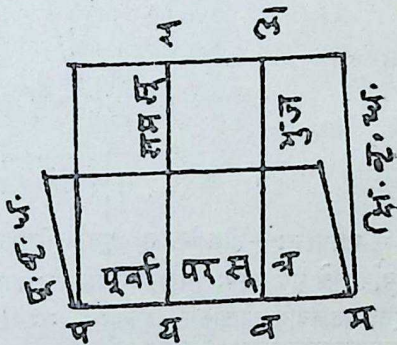
अष्टादशी प्रतिज्ञा

निर्दिष्टधरातले या रेखा लम्बरूपा भवति तद्गत-
धरातलमपि तत्र धरातले लम्ब एव भवति^१ ।

यथा—पूर्वापरवृत्तधरातले समसूत्रं लम्बरूपं तदा तद्गतं क्षितिज-
धरातलमपि पूर्वापरवृत्तधरातले लम्ब एव भवति ।

(क्षेत्रम् १८)

उपपत्तिः—यर
समसूत्रं पूर्वापरक्षितिज-
वृत्तधरातलयोर्योगरेखा-
रूपे पूर्वापरसूत्रे लम्बः
(११ प. ४) । ततः यर
समसूत्रसमानान्तरः शंकु-
मूलगतो वल भुजः
क्रियते । तदा सोऽपि



१—विशेषोक्ता अष्टादशी प्रतिज्ञा ।

या रेखा भूतले लम्बस्तद्गता ये धरातलाः ।

तेऽपि लम्बा भविष्यन्ति तस्मिन् भूमितले ध्रुवम् ॥

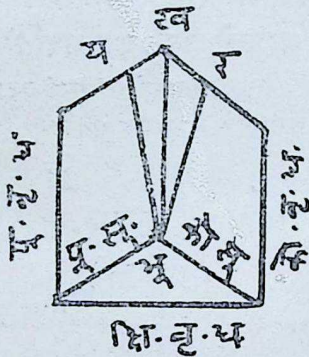
पूर्वापरवृत्तधरातले लम्बः (११।८) । एवं यर वल समसूत्रभुजौ
पम धरातलयोगरेखारूपे पूर्वापरसूत्रे लम्बौ इति क्षितिजधरातलमपि
पूर्वापरवृत्तधरातले लम्बो जायते (११ प. ४) ।

एकोनविंशी प्रतिज्ञा

ये द्वे धरातले अन्यधरातलोपरि लम्बौ भवतस्तयो-
र्योगरेखा अपि तत्र धरातले लम्बरूपैव भवेत्^१ ।

यथा—पूर्वापरकोणवृत्तधरातले क्षितिजधरातले लम्बरूपे तदा
तयोर्योगरेखा खमध्यगतसूत्राख्या क्षितिजधरातलोपरि लम्बो भवेत् ।

(क्षेत्रम् १६)



उपपत्तिः—गोलकेन्द्रात् पूर्वापरक्षितिजवृत्तधरातलयोर्योगरेखारूपे
पूर्वापरसूत्रे भूय लम्बः पूर्वापरधरातलगतः कार्यः । एवञ्च कोणक्षितिज-
वृत्तधरातलयोर्योगरेखारूपे कोणसूत्रे भूर लम्बः कोणवृत्तधरातलगतः

१—विशेषोक्ता एकोनविंशी प्रतिज्ञा ।

धरातले लम्बरूपे भवेतामन्यभूतले ।

ये तयोर्योगरेखाऽपि लम्बः स्यात् तत्र भूतले ॥

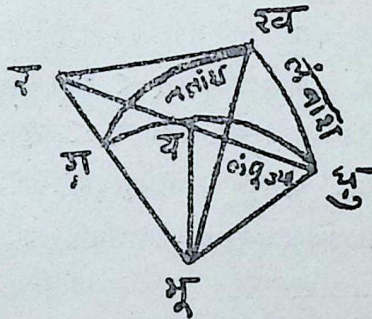
कार्यः, तदा लम्बद्वयं क्षितिजधरातले लम्बरूपं जातम् (११ प ४) ।
परञ्च क्षितिजवृत्तधरातलगत-भूकेन्द्रविन्दुतस्तद्धरातले लम्बद्वयासंभवात्
(११।१३) द्वयोः पूर्वापरकोणवृत्तधरातलयोर्योगरेखा एकैव खमध्यगत-
सूत्राख्या क्षितिजधर तले लम्बो भवतीति सिद्धम् ।

विंशी प्रतिज्ञा

यदि त्रिभिर्धरातलकोणैरेको घनकोणो भवति तदा
प्रत्येककोणद्वययोगस्तृतीयकोणादधिको भवेत्^१ ।

यथा — चापानां प्रखण्ड संपातविन्दुभ्यो भूकेन्द्रं यावत् त्रिज्यासूत्राणां
करणेन विभक्तैः नतांशलम्बांश-द्युज्याचापानामाधारेषु संजातैस्त्रिभि-
स्त्रिभुजधरातलैर्भूकेन्द्रे घनकोणो जायते । तत्र कयोश्चिद्द्वयोः कोणयो-
र्योगस्तृतीयकोणादधिको भवति ।

(क्षेत्रम् २०)



१ — विशेषोक्ता विंशी प्रतिज्ञा ।

कोणैस्त्रिभिर्भूतलैर्घनकोणो
यस्तत्र कोणद्वययोगमानम् ।

उपपत्तिः—यदि कोणत्रयमानं मिथः समानं तर्हि प्रत्येककोणद्वय-
योगस्तृतीयकोणादधिक एव । यत्र कोणद्वयं मिथस्तुल्यमेककोणोऽल्प-
स्तत्रापि प्रत्येककोणद्वययोगस्तृतीयकोणादधिक एव । अन्यथा चेत्
कल्प्यतां लम्बांशतो द्युज्याचापमानमधिकमिति । अत्र यन्चापमानं
तत्तुल्यमेव गोलकेन्द्रे कोणमानम् ।

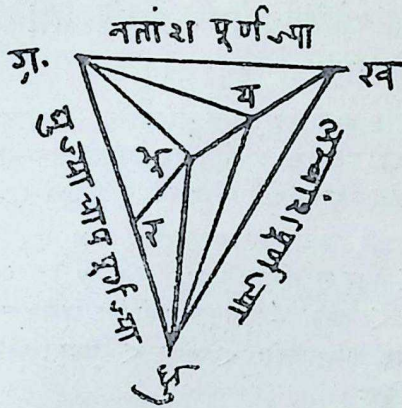
अथ द्युज्याचापमानात् लम्बांशतुल्यं ध्रुव चापमानं विधाय
तत्पूर्णज्या कार्या । तां भूकेन्द्रात् ग्रहगतवर्धितत्रिज्यासूत्रावधि वर्धयेत् ।
ततः खमध्यतो वर्धितत्रिज्यासूत्रं यावत् खरसूत्रं कार्यम् । $\triangle$ खरध्रु-
सूत्रात्मके त्रिभुजे खध्रु, ध्रुर, भुजयोरन्तरात् यरमितात् खर तृतीय-
भुजोऽधिकोऽस्ति । पुनः $\triangle$ खभूर $\triangle$ यभूर त्रिभुजयोः, भूर भुज एक
एव । भूय, भूख त्रिज्यामितौ भुजौ समौ, एवं द्वौ द्वौ भुजौ समानौ । परं
यर आधारात् खर आधारस्याधिकत्वात् $<$ रभूय-कोणात् $<$ खभूर-
कोणोऽधिकः (१।२५) एतयोः $<$ खभूम, $<$ यभूम-विषमकोणयोः
क्रमशः $<$ खभूध्रु, $<$ यभूध्रु लम्बांशतुल्यकोणयोर्योजनेन नतांश-
लम्बांश-संमुखकोणयोर्योगो द्युज्याचापकोणादधिक इत्यभीष्टमुपपन्नम् ।

तृतीयकोणादधिकं भवेद्धि

क्षेत्रं सदेदं विबुधैर्विचिन्त्यम् ॥

इयं गोलीयरेखागणितस्य सप्तमक्षेत्रानुरूपा वर्तते ।

(क्षेत्रम् २१)



अथवा

लम्बांश-नतांशद्युज्याचापपूर्णज्याभिः सरलक्षेत्रं भवति । तत्र यदि
 < ग्रभूख नतांशपरिमितकोणात् < ग्रभूध्रु द्युज्याचापपरिमितकोणोऽधि-
 कस्तदा < ग्रभूध्रु कोणात् < ग्रभूख तुल्यं < ग्रभूर कोणं विधाय भूर
 रेखातुल्या भूय रेखा कार्या । ततः ग्रय, ध्रुय रेखे विधेये । पुनः $\triangle$ ग्रभूय
 $\triangle$ ग्रभूर त्रिभुजयोः यभू, भूर भुजौ तुल्यौ, ग्रभू, भुज उभयनिष्ठः, < ग्रभूर,
 < ग्रभूय कोणौ नतांशमितौ तुल्यौ, तस्मात् ग्रर, ग्रय भुजौ तुल्यौ जातौ ।
 (११४) अतः ध्रुय भुजः ग्रध्रु, ग्रय भुजयोरन्तरात् ध्रुरमितात् महान् ।

$\triangle$ भूरध्रु, $\triangle$ भूध्रुय त्रिभुजयोः भूध्रु भुज उभयनिष्ठः भूर, भूय,
 भुजौ समौ परं ध्रुर आधारत् ध्रुय आधारस्य महत्वात् < ध्रुभूर कोणात्
 < ध्रुभूय कोणो महान् (११२५) । एतयोः क्रमशः < ग्रभूर, < ग्रभूय
 तुल्यकोणौ योज्येते तदापि < ध्रुभूर, ग्रभूर कोणयोगात् द्युज्याचापांश-
 मित्वात् < ग्रभूय < यभूध्रु नतांश-लम्बांशमितकोणयोगो महान् भवति ।
 इदमेवाभीष्टम् ।

एकविंशी प्रतिज्ञा

यैभूतलीयकोणैर्घनकोणो जायते तेषां कोणानां
योगः समकोणचतुष्टयान्न्यूनो भवेत्^१ ।

यथा — नतांश-लम्बांश-द्युज्याचपांशाधारेषु त्रिभुजाकारैः संजात-
भूतलैर्भूकेन्द्रे एको घनकोणो जायते । तत्र तेषां कोणानां योगः समकोण-
चतुष्टयादल्पो भवेत् । अत्र विंशी प्रतिज्ञास्थं द्वितीयक्षेत्रं द्रष्टव्यम् ।

उपपत्तिः— ध्रु घनकोणोत्पादकयोः $< \text{ग्र ध्रु भू}$, $< \text{ख ध्रु भू}$
कोणयोर्योगः $< \text{ग्र ध्रु ख कोणादधिकः}$ (११।२०) । एवं ख घन-
कोणोत्पादकयोः $< \text{ग्र खे भू}$, $< \text{ध्रु ख भू}$ कोणयोर्योगः $\text{ध्रु ख ग्र कोणादधिकः}$ ।
एवमेव ग्र घनकोणोत्पादकयोः $< \text{ख ग्र भू}$, $< \text{ध्रु ग्र भू}$, कोणयोर्योगः $<$
 $\text{ख ग्र ध्रु कोणादधिकः}$ ।

इत्थं $< \text{ग्र ध्रु भू}$, $< \text{ख ध्रु भू}$, $< \text{ध्रु ख भू}$, $< \text{ग्र ख भू}$,
 $< \text{ध्रु ग्र भू}$, $< \text{ख ग्र भू}$ कोणषट्कयोगोऽपि $\triangle$ ख ग्र ध्रु त्रिभुजान्तर्ग-
तात् $< \text{ग्र ध्रु ख}$, $< \text{ध्रु ख ग्र}$, $< \text{ख ग्र ध्रु}$ कोणत्रययोगादधिको जायते ।
अर्थात् समकोणद्वयादधिको जायते । यतो त्रिभुजे कोणत्रययोगः सम-
कोणद्वयसमानो भवति । अतः उक्तकोणषट्कयोगः समकोणद्वयादधिकः
सिद्धः ।

अथ $\triangle$ ग्र भू ध्रु $\triangle$ ध्रु भू ख $\triangle$ ख भू ग्र त्रिभुजत्रये सर्वकोणयोगः
षट्समकोणसमः; तस्मिन् सर्वकोणयोगे त्रिभुजत्रयस्य आधारलग्नः पूर्व-
साधितः समकोणद्वयाधिकः षट्कोणयोगो विशोध्यते तदा त्रिभुजत्रयस्य

१—विशेषोक्ता एकविंशी प्रतिज्ञा ।

घरातलगकोणैर्यो घनकोणोऽत्र सर्वदा ।

तत्कोणानां युतिर्ज्ञेया सदा भांशाल्पिका ध्रुवम् ॥

इयं गोलीयरेखागणितस्य अष्टमक्षेत्रानुरूपाऽस्ति ।

शीर्षस्थकोणत्रययोगः समकोणचतुष्टयान्न्यूनः सिद्ध्यति । अनयैव रीत्या
त्र्यधिकषरात्तलीयकोणैर्यो घनकोणो जायते तेषामपि योगः समकोण-
चतुष्टयान्न्यूनः सिद्ध्यतीति शम् ।

दैवश्वर्य-श्रीहिंमतरामशर्मन्तनूजेन मोठालालश्रीभाशास्त्रिणा सङ्कलितो
रेखागणितस्य एकादशाध्यायः समाप्तः ।

अथ द्वादशाध्यायः

प्रथमा प्रतिज्ञा

वृत्तद्वयान्तर्गतयोः सजातीयक्षेत्रत्रोर्निष्पत्तिवृत्तद्वय-
व्यासवर्गयोर्निष्पत्त्या समा भवेत्^१ ।

१—विशेषोक्ते द्वादशाध्याये—इयं द्वितीया प्रतिज्ञा । प्रथमा चेयम्—

तदर्धाधिकोनाद् बृहद्राशिमाना-

तदर्धाधिकोतात्ततः शेषमानात् ।

मुहुस्त्वेवमन्ते भवेच्छेषमानं

लघु स्वल्पराशिप्रमाणादभीष्टात् ॥१॥

अत्र वासना मञ्जरीकाणाम्—यतो भूयः स्वदलाधिकविशोधनेन
यावदिष्टं तावदल्पतरं शेषमानं कर्तुं शक्यते । तेन यथा शेषमानं
लघुराशिमानान्न्यूनं भवितुमर्हति तथा शेषमानं विधेयमित्युपपन्नं सर्वम् ।

अत्रेव टिप्पणीकाराणां श्रीचन्द्रशेखरभामहोदयानां मतम् । प्राचीन-
द्वादशाध्यायबहिर्भूतं क्षेत्रमिदं ग्रन्थकारेण न्यस्तमपि न किमपि
वैचित्र्यमावहतीति गाणितिकैरलं विभावनीयमिति ।

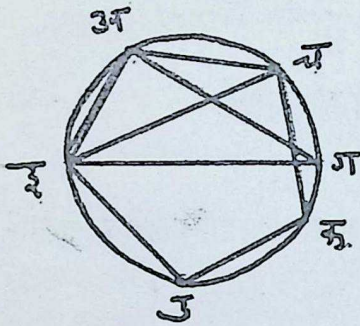
२—विशेषोक्ता द्वितीयाप्रतिज्ञा ।

द्वयोवृत्तयोर्मध्यगे क्षेत्रके ये

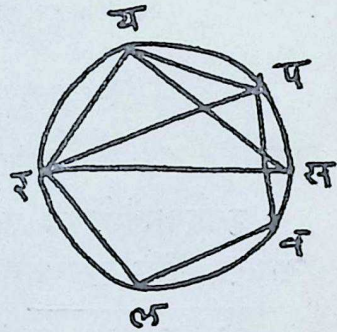
सजातीयके तत्फलोत्थं भवेद्यत् ।

यथा — वृत्तान्तर्गतं अइउकगच, यरलवसप सजातीयं क्षेत्रद्वयमस्ति,
तदा $\frac{\text{प्रक्षेप}}{\text{द्विक्षेप}} = \frac{\text{प्रव्या}^2}{\text{द्विव्या}^2}$ एवं भवेदिति ।

(१)



(२)



उपपत्तिः—उभयवृत्तयोः इग, रस व्यासरेखे, इच, रप, अग, यस रेखाः कार्याः । एवं कृते $\triangle$ अइच, यरप, त्रिभुजे सजातीये । (६।२०) । तेन $\angle$ अचइ $= \angle$ यपर । पुनः $\angle$ अचइ $= \angle$ अगइ । $\angle$ यपर $= \angle$ यसर (३।२६) । अतः $\angle$ अगइ $= \angle$ यसर ।

अथ अइग, यरस त्रिभुजयोः $\angle$ इअग, $\angle$ रयस कौणौ समकोणौ (३।३०) । $\angle$ अगइ, $\angle$ यसर कौणौ च समानौ साधितौ । तेन त्रिभुजद्वयं सजातीयम् (१।३२) तथा (६।४) । अतः $\frac{\text{अइ}}{\text{इग}} = \frac{\text{यर}}{\text{रस}}$ एकान्तर-

तथा व्यासवर्गोद्भवं यच्च विद्वन्

भवेताञ्च सम्बन्धमाने समे ते ॥२॥

अस्या उपपत्तिः म० म० ष० बापूदेवशास्त्रिविरचितसरलत्रिकोण-
मितेस्तृतीयाध्ययान्तर्गतपञ्चाशत्प्रक्रमतोऽपि साधयितुं शक्यते ।

$$\text{निष्पत्त्या } \frac{\text{अइ}}{\text{यर}} = \frac{\text{इग}}{\text{रस}}, \text{ परन्तु } \frac{\text{अइ}^2}{\text{यर}^2} = \frac{\text{प्रक्षेफ}}{\text{द्विक्षेफ}} \quad (६।२०) \text{ अतः } \frac{\text{इग}^2}{\text{रस}^2} =$$

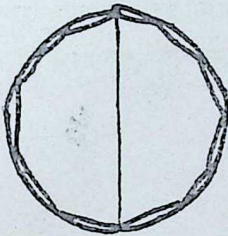
$\frac{\text{प्रक्षेफ}}{\text{द्विक्षेफ}}$ । एतेन सजातीयबहुभुजक्षेत्रयोर्निष्पत्तिस्तद्वह्निर्गतवृत्तव्यासवर्ग-
योर्निष्पत्त्या समाना सिद्धा ।

द्वितीया प्रतिज्ञा

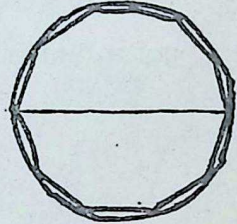
द्वयोर्वृत्तयोः फलसम्बन्धस्तद्व्यासवर्गयोः सम्बन्धेन
समानो भवेत् ।

$$\text{यथा—} \frac{\text{प्रवृफ}}{\text{द्विवृफ}} = \frac{\text{प्रव्या}^2}{\text{द्विव्या}^2} \text{ एवं भवेदिति ।}$$

(१)



(२)



उपपत्तिः—वृत्तान्तर्गतबहुभुजक्षेत्रयोः सजात्यात् $\frac{\text{प्रक्षेफ}}{\text{द्विक्षेफ}} = \frac{\text{प्रव्या}^2}{\text{द्विव्या}^2}$

परन्त्वत्र बहुभुजक्षेत्रयोर्भुजसंख्या तथाऽनन्ता कल्प्यते यथा ते क्षेत्रे वृत्त-
रूपे स्याताम् । तथा कल्पिते बहुभुजक्षेत्रफलं वृत्तफलसमं भवेत् । तेन

$$\frac{\text{प्रवृफ}}{\text{द्विवृफ}} = \frac{\text{प्रव्या}^2}{\text{द्विव्या}^2} \text{ इत्युपपन्नं यथोक्तम् ।}$$

इयं प्रतिज्ञा म० म० पं० श्रीबापूदेवशास्त्रिविरचितसरलत्रिकोण-

मितेस्तृतीयाध्यायान्तर्गतैकपञ्चाशत्प्रक्रमानुरूपा । तस्मादेतानि अनुमानानि कल्पयितुं शक्यन्ते—

(१) परिधिवर्गनिष्पत्तिर्व्यासवर्गनिष्पत्तितुल्या ।

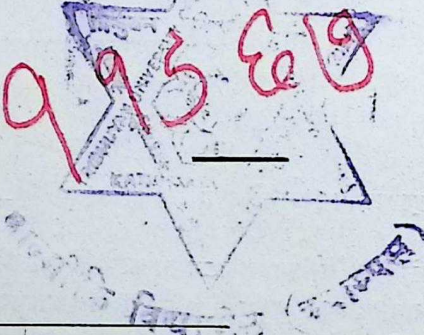
(स० त्रि० मि०, अ. ३, प्र० ५१)

(२) वृत्तक्षेत्रफलं परिध्यर्धव्यासार्धयोर्घातेन समं भवति ।

(स० त्रि० मि०, अ. ३, प्र० ५२)

(३) सर्वेषां बहुभुजक्षेत्राणां यावन्तो भुजास्तेषां योगस्य निष्पत्तिर्वहुभुजक्षेत्रोपरिगतवृत्तव्यासनिष्पत्तेः समा भवति । यतस्तेषामधिकतमभुजसंख्यावृद्ध्याऽन्ते वृत्तरूपत्वं परिणमति । तेन वृत्तबहुभुजयोस्तुल्यत्वेन तयोर्निष्पत्तिः परस्परं तद्व्यासनिष्पत्त्या समाना भवति । (स० त्रि० मि०, अ. ३ प्र० ५१) ।^१

इति दैवज्ञवर्य-श्रीहिमतरामशर्मितनूजेन मीठालालओझाशास्त्रिणा
सङ्कलितो रेखागणितस्य द्वादशाध्यायः समाप्तः ।



१—विशेषोक्ता तृतीया प्रतिज्ञा ।

वृत्तायोः फलसम्बन्धो भवतीह सदा समः ।

तद्व्यासवर्गजातेन सम्बन्धेन विदां स्फुटम् ॥३॥

वाराणसेय-मीकिविद्या-प-सिद्धान्तव्यौतिषशास्त्र-
परीक्षा-प्रश्न-रेखागणितस्य एकादश-
द्वादशाध्याययोः प्रश्नाः ।

१६६४

१—कस्मिन्नल्पि भूतले लम्बरूपयोः रेखयोः परस्परं समानान्तरभावः
स्यादिति कथम् ?

अथवा कयोः फलसम्बन्धो

यताम् ।

१६

१—धरातले निम्नलिखितान्दोलः

२—धरातलद्वयस्य रेखाः येन येन यत्तत्तत् रेखाद्वय-
योगोत्पन्नसमान इति कथम् ?

अथवा

वृत्तद्वयमध्यगत-सजातीय-क्षेत्रफलसम्बन्धो व्यासद्वयस्य सम्बन्धेन
समान इति लेख्यम् ।

१६६६

१—तिस्रो रेखाः सन्ति यदि तासां रेखाणामेकस्मिन्नेव बिन्दौ युतिः
स्याच्चेद् द्विद्विर्गतैका रेखा तासु रेखासु लम्बो भवेत्तर्हि तास्तिस्रो
रेखा एकस्मिन्नेव धरातले स्युरित्यत्र का वासना ?

अथवा

धरातलगतकोणैरत्र सर्वदा यो घनकोणोऽस्ति ततोषां धरातलगत-
कोणानां युतिः सदा मांशाल्पिका काऽत्रोपपत्तिः ?

२—वृत्तयोः फलसम्बन्धस्तद्व्यासवर्गजात-सम्बन्धेन समः कथम् ?

१६६७

१—एकादशाध्यायस्य पञ्चमो पञ्चदशी वा प्रतिज्ञोपपत्त्या ।

अथवा

त्रिभिर्भूतलैः कोणैस्तत्पन्नघनकोणे कोणद्वययोगमानं तृतीयकोणाद-
धिकं कथमिति ब्रूहि ।

२—उपपाद्यतां द्वादशाध्यायस्य प्रथमा प्रतिज्ञा ।

मितेस्तृतीयाध्यायान्तर्गतैकपञ्चाशत्प्रक्रमानुरूपा । तस्मादेतानि अनुमानानि कल्पयितुं शक्यन्ते—

(१) परिधिवर्गनिष्पत्तिर्व्यासवर्गनिष्पत्तितुल्या ।

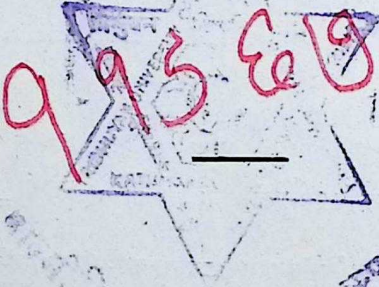
(स० त्रि० मि०, अ. ३, प्र० ५१)

(२) वृत्तक्षेत्रफलं परिध्यर्ध-व्यासार्धयोर्घातेन समं भवति ।

(स० त्रि० मि०, अ. ३, प्र० ५२)

(३) सर्वेषां बहुभुजक्षेत्राणां यावन्तो भुजास्तेषां योगस्य निष्पत्ति-
बहुभुजक्षेत्रोपरिगतवृत्तव्यासनिष्पत्तेः समा भवति । यतस्तेषामधिकतम-
भुजसंख्यावृद्ध्याऽन्ते वृत्तरूपत्वं परिणमति । तेन वृत्तबहुभुजयोस्तुल्यत्वेन
तयोर्निष्पत्तिः परस्परं तद्व्यासनिष्पत्त्या समाना भवति । (स० त्रि० मि०,
अ. ३ प्र० ५१) ।

इति दैवज्ञवर्य-श्रीहिमतरामशर्मितनूजेन मीठालालओझाशास्त्रिणा
सङ्कलितो रेखागणितस्य द्वादशाध्यायः समाप्तः ।



१—विशेषोक्ता तृतीया प्रतिज्ञा ।

वृत्तायोः फलसम्बन्धो भवतीह सदा समः ।

तद्व्यासवर्गजातेन सम्बन्धेन विदां स्फुटम् ॥३॥

४३३

१—कस्मिन्नन्ति भूतले लम्बरूपयोः रेखयोः परस्परं समानान्तरभावः
स्यादिति कथम् ?

अथवा चतुर्थोः फलसम्बन्धो

शताप् ।

33

१- रातल वनिश्वन्दोलः

२—यत्तत्तद्वयस्य यो यो यत्तत्तत्तद्वयस्य
योगोत्पन्नसमान इति कथम्?

अथवा

वृत्ताद्वयमध्यगत-सजातीय-क्षेत्रफलसम्बन्धो व्यासद्वयसं सम्बन्धेन
समान इति लेख्यम् ।

१८६६

१—तिष्ठो रेखाः सन्ति यदि तासां रेखाणामेकस्मिन्नेव बिन्दौ युतिः स्याच्चेद् द्विन्द्वोर्गतैका रेखा तासु रेखासु लम्बो भवेत्तर्हि तास्तिष्ठो रेखा एकस्मिन्नेव धरातले स्थिरित्यत्र का वासना ?

अथवा

घरातलगतकोणैरत्र सर्वदा यो घनकोणोऽस्ति ततोषां घरातलगत-
कोणानां युतिः सदा भांशाल्पिका काऽत्रोपपत्तिः ?

२—वृत्तायोः फलसम्बन्धस्तद्व्यासवर्गजात-सम्बन्धेन समः कथम् ?

३३६

१—एकादशाध्यायस्य पञ्चमी पञ्चदशी वा प्रतिशोपमाद्या ।

अथवा

त्रिभिर्भूतलगैः कोणैस्त्वन्नघनकोणे कोणद्वययोगमानं तृतीयकोणादधिकं कथमिति ब्रूहि ।

२—उपपाद्यतां द्वादशाध्यायस्य प्रथमा प्रतिष्ठा ।

पं० श्रीसीतारामझाकृतपुस्तकानि

अहिवलचक्र—भा० टी० ०-३५ केरलप्रश्नसंग्रह—भा० टी०

केशवीयजातकपद्धति—सं० टी०, भा० टी०

गर्गमनोरमा—भा० टी०

ग्रहलाघव—सं० टी०, भा० टी०

गोलपरिभाषा—ज्याक्षेत्रविचारसहित

जातकालङ्कार—सं० टी०, भा० टी०

जैमिनिसूत्र—सं० टी०, भा० टी०

ताजिकनीलकण्ठी—सं० टी०, भा० टी०

धराचक्र—भा० टी०

नाहिदत्तपञ्चविंशतिका—भा० टी०

वृहत्पाराशरहोरा—सम्पूर्ण भा० टी०

भावफलाध्याय—भा० टी०

मुहूर्तचिन्तामणि—सान्वय, भा० टी०

रेखागणित—१ से ४ अध्याय -०५०, षष्ठाध्याय

लग्नवाराही—भा० टी०

लघुजातक—सं० टी०, भा० टी०

लघुपाराशरी—मध्यपाराशरी, सोदाहरण, भा० टी०

विवाहवृन्दावन—सं० टी०, भाषा टीका

षट्पञ्चाशिका—सं० टी०, भा० टी०

सारावली—भा० टी०

वृहज्जातक—सं० टी०, भा० टी०

गोलीय रेखागणित—मीठालाल ओझा

पुस्तकप्राप्तिस्थानम्—

मास्टर खेलाडीलाल संकटाप्रसाद

संस्कृत पुस्तकालय

पो. बा. नं० ९७, कचौड़ीगली,

वाराणसी-१